RÉPUBLIQUE TUNISIENNE
MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION & DE LA FORMATION

DIRECTION GÉNÉRALE DES PROGRAMMES
& DE LA FORMATION CONTINUE

Direction des Programmes & des Manuels Scolaires

PROGRAMME DE 4ème MATH

Analyse

Contenu disciplinaire

- **Fonctions numériques d'une variable réelle**

Limites et continuité

Opérations sur les limites, limites et ordre, limite d'une fonction monotone, limite d'une fonction composée.

Continuité en un réel, continuité sur un intervalle, opérations sur les fonctions continues, continuité d'une fonction composée. Théorème des valeurs intermédiaires.

Fonction continue sur un intervalle fermé borné.

Fonction continue et strictement monotone sur un intervalle, théorème de la bijection.

Dérivation

Dérivation en un réel, dérivation sur un intervalle, opérations sur les dérivées, dérivée d'une fonction composée.

Lien entre signe de la dérivée et variation.

Lien entre dérivée et extremum local.

Dérivée seconde, point d'inflexion.

Dérivée de fonctions réciproques.

Théorème des accroissements finis, inégalité des accroissements finis.

Primitives de fonctions continues, propriétés et opérations sur les primitives.

Fonctions polynômes, rationnelles , trigonométriques, $\sqrt{f}$, $|f|$.

Etude et représentation graphique.

Fonction logarithme népérien

Propriétés, limites usuelles, $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{\text{Log}x}{x^r}\right)$; $\lim\limits_{x\to0^+}\left(x^r\text{Log}x\right)$, $r\in\mathbb{Q}_+$.

Etude et représentation graphique de fonctions du type $x\mapsto\ln(u(x))$, où u est une fonction du programme.

Fonction exponentielle

Propriétés, limites usuelles, $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{e^x}{x^r}\right)$, $r\in\mathbb{Q}_+$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^n e^x\right)$, $n\in\mathbb{N}$.

Etude et représentation graphique.

Etude et représentation graphique de fonctions du type $x\mapsto e^{u(x)}$, où u est une fonction du programme.

Fonctions du type $x\mapsto x^r$, $r\in\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$.

Propriétés, limites usuelles.
Etude et représentation graphique.

Fonctions du type $x\mapsto a^x$, $a>0$.

Propriétés, limites usuelles.
Etude et représentation graphique.

Intégrale d'une fonction continue sur un intervalle [a,b]

Propriétés : linéarité, relation de Chasles, positivité, comparaison d'intégrales.

Intégration par parties.
Formule de la moyenne et inégalité de la moyenne.

Calcul d'aires planes et des volumes de solides de révolution.

Etude sur des exemples de fonctions définies sur un intervalle I par $x\mapsto\int_a^{v(x)}f(t)dt$ où f est continue sur I et v est dérivable sur I et à valeurs dans I.

Equations différentielles du type y' = ay + b, a et b $\in\mathbb{R}$ et y'' + a^2 y = 0, $a\in\mathbb{R}$.

- **Suites réelles**

Variation, suite minorée, suite majorée, suite bornée.

Opérations sur les suites, convergence, opérations sur les limites, théorèmes de comparaison.

Suites croissantes et majorées, suites décroissantes et minorées.

Suites adjacentes.

Suites récurrentes.

Etude sur des exemples de suites définies par une intégrale.

Aptitudes à développer

1. Les élèves mobilisent une technique, un algorithme ou une procédure pour :

Fonctions • Reconnaître si une fonction est continue en un réel ou sur un intervalle à partir de son expression algébrique ou d'un graphique. • Déterminer les valeurs exactes ou approchées des extrema d'une fonction continue sur [a,b]. • Déterminer une valeur exacte ou approchée d'une solution d'une équation de la forme f(x) = k , dans le cas où f est une fonction continue sur un intervalle.	Le théorème affirmant qu'une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes sera admis. Le théorème des valeurs intermédiaires sera admis. On utilisera la dichotomie pour donner une valeur approchée d'une solution de f(x)= k.
• Déterminer la limite éventuelle d'une fonction du programme en un réel ou à l'infini. • Déterminer la limite d'une fonction monotone sur un intervalle aux bornes de l'intervalle.	Le calcul de limites n'est pas une fin en soi. A travers des situations variées, on veillera à ce que l'apprenant : • utilise les résultats sur les fonctions continues pour déterminer la limite finie d'une fonction. • utilise les résultats sur les limites finies pour déterminer le prolongement par continuité d'une fonction ;
• Reconnaître si une fonction du programme est dérivable en un point ou sur un intervalle. • Reconnaître que le nombre dérivé d'une fonction en a est la pente de la tangente à la courbe de cette fonction en le point d'abscisse a . • Déterminer l'équation de la tangente (ou des demi-tangentes) à une courbe en un point d'abscisse a. • Déterminer le nombre dérivé d'une fonction du programme en un réel a connaissant l'équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction au point d'abscisse a.	• interprète aphiquement les limites nies ou infinies en rmes d'asymptotes ou branches paraboliques. • Utilise une ansformation d'écriture adéquate pour déterminer ne limite.

• Déterminer l'approximation affine d'une fonction du programme au voisinage d'un réel a. • Donner une valeur approchée de nombre réel en utilisant l'approximation affine d'une fonction du programme au voisinage d'un réel a. • Déterminer la dérivée d'une fonction du programme sur un intervalle en utilisant les opérations sur les fonctions dérivables et les dérivées de fonctions usuelles. • Déterminer la dérivée d'une fonction composée. • Résoudre des inéquations en utilisant l'inégalité des accroissements finis. • Déterminer le sens de variation d'une fonction du programme connaissant le signe de sa dérivée. • Déterminer le sens de variation d'une fonction du programme à partir de sa représentation graphique. • Reconnaître qu'un réel est un extremum local ou global d'une fonction du programme. • Reconnaître un point d'inflexion. • Reconnaître qu'un point ou une droite est un centre ou un axe de symétrie. • Reconnaître qu'une droite est une asymptote à la courbe représentative d'une fonction du programme. • Tracer la courbe représentative de la réciproque d'une fonction donnée.	On admettra le théorème suivant : *Toute fonction croissante et non majorée sur un intervalle]a , b[tend vers* $+\infty$ *à gauche de b.* On démontrera le théorème faisant le lien entre le signe de la dérivée et le sens de variation d'une fonction. On démontrera le théorème donnant la condition nécessaire pour qu'un réel soit un extremum. On admettra le théorème donnant une condition suffisante pour qu'un réel soit un extremum.

	La transformation d'écriture et le changement de repère se feront sur des exemples et ne feront pas l'objet d'une étude spécifique.

• Tracer une courbe représentative d'une fonction à partir d'une autre en utilisant une transformation plane (translation, symétrie axiale ou centrale) ou une transformation d'écriture menant à un changement de repère. • Exploiter ou créer un graphique pour étudier la position relative de deux courbes. • Exploiter ou créer une représentation graphique pour déterminer ou estimer les solutions éventuelles d'une équation ou d'une inéquation. • Déterminer l'ensemble des primitives d'une fonction continue sur un intervalle I. • Reconnaître qu'une fonction est la primitive d'une fonction continue sur un intervalle I, qui s'annule en un réel a de I. • Calculer les primitives des fonctions usuelles.	La fonction Logarithme sera notée ln et sera définie comme la primitive sur $]0,+\infty[$ de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$, qui s'annule en 1. La fonction exponentielle sera définie comme étant la fonction réciproque de ln. La fonction $x \mapsto x^r$, $r \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ sera définie par $x \mapsto e^{r \ln x}$, x > 0. La fonction $x \mapsto a^x$, $a > 0$ sera définie par $x \mapsto e^{x \ln a}$. On démontrera que la fonction $x \mapsto x^{\frac{1}{n}}$, $n \geq 1$, est la réciproque de la fonction $x \mapsto x^n$, x>0, $n \geq 1$.
• Calculer une intégrale en utilisant une primitive. • Calculer une intégrale à l'aide d'intégration par parties. • Calculer une aire plane. • Comparer des fonctions en utilisant des intégrales. • Donner une valeur approchée d'une intégrale par la méthode des rectangles. • Etudier une fonction définie par une intégrale. • Résoudre une équation différentielle du programme.	L'intégrale sur [a,b] d'une fonction f continue sur un intervalle I contenant [a,b] sera définie comme étant le réel , noté $\int_a^b f$ ou $\int_a^b f(x)dx$, et égal à F(b)-F(a), où F est une primitive de f . On démontrera l'existence et l'unicité de la solution de l'équation différentielle d'ordre 1, avec condition

	initiale. On démontrera l'existence et l'unicité de la solution de l'équation différentielle d'ordre 2, avec conditions initiales.
Suites • Reconnaître qu'un réel est un majorant ou un minorant d'une suite du programme. • Etudier les variations d'une suite du programme. • Représenter graphiquement les points A_n de coordonnées (n, u_n), dans le cas où $(u_n)_n$ est une suite du type $u_n = f(n)$ où f est une fonction du programme. • Représenter graphiquement une suite récurrente. • Etudier la convergence d'une suite du programme. • Déterminer une valeur exacte ou approchée de la limite d'une suite convergente. • Reconnaître que deux suites sont adjacentes.	On admettra les théorèmes : *Toute suite croissante et majorée est convergente.* *Toute suite décroissante et minorée est convergente.* *Soit f une fonction définie sur un intervalle I et (x_n) une suite d'éléments de I* *. Si x_n tend vers l et si f est continue en l, alors $f(x_n)$ tend vers f(l).* *. Si (x_n)est telle que $x_{n+1}= f(x_n)$.On a* *Si x_n tend vers l et si f est continue en l, alors l = f(l).* *. Si x_n tend vers $+\infty$ et si f tend vers l, en $+\infty$ alors $f(x_n)$ tend vers l.*

	Le théorème des suites adjacentes.

2. Les élèves résolvent des problèmes dans des situations mathématiques ou en rapport avec l’environnement faisant appel à des suites ou à des fonctions du programme.

En particulier :

- Ils résolvent des problèmes puisés dans des situations réelles pouvant être modélisées par une suite ou une fonction du programme ou une équation différentielle.
- Ils résolvent des problèmes d’optimisation.

Géométrie

Contenu disciplinaire

Nombres complexes

- Opérations algébriques sur le corps des complexes, propriétés du conjugué, du module et de l'argument.
- Ecritures trigonométrique et exponentielle d'un nombre complexe non nul (notations $[r,\theta]$ et $re^{i\theta}$).
- Formules d'Euler, linéarisation.
- Racine $n^{ième}$ d'un nombre complexe.
- Résolution d'équations de degré supérieur ou égal à 2 à coefficients complexes.
- Ecriture complexe d'une translation, d'une homothétie et d'une rotation.

Isométries planes

- Définition, propriétés, composition d'isométries, décomposition d'une isométrie en un produit de symétries orthogonales, déplacements, antidéplacements.

Similitudes planes

- Définition, propriétés, classification, éléments caractéristiques, forme réduite, composition de similitudes.
- Expression complexe d'une similitude.

Coniques

- Ensemble de points d'équation $ax^2 + by^2 + cx + dy + e = 0$.

Géométrie dans l'espace

- Vecteurs de l'espace, opérations, produit scalaire, produit vectoriel.
- Droites, plans et sphères.
- Translations et homothéties de l'espace.

Aptitudes à développer

1. Les élèves mobilisent une technique ou une procédure lors d'activités géométriques pour :

• Représenter un point connaissant son affixe. • Calculer ou transformer des expressions complexes. • Déterminer le conjugué d'un nombre complexe. • Déterminer le module et un argument d'un nombre complexe. • Déterminer la forme trigonométrique, exponentielle d'un nombre complexe non nul. • Repérer un point dans le plan orienté et donner son affixe, ses coordonnées cartésiennes ou ses coordonnées polaires. • Linéariser une expression trigonométrique. • Donner l'expression complexe d'une translation, d'une homothétie, d'une rotation. • Reconnaître que deux vecteurs sont colinéaires ou orthogonaux. • Décider de l'alignement de trois points, du parallélisme ou de l'orthogonalité de deux droites • Déterminer la racine $n^{ième}$ d'un nombre complexe. • Résoudre une équation de degré supérieur ou égal à 2 à coefficients complexes. • Représenter dans le plan complexe les solutions d'une équation de degré supérieur ou égal à 2 à coefficients complexes. • Reconnaître une isométrie ou une similitude à partir de sa décomposition canonique, sa propriété caractéristique ou la transformation complexe associée. • Déterminer et construire l'image d'un point, d'une droite et d'un cercle par une similitude. • Déterminer la nature et les éléments caractéristiques d'un déplacement et d'un antidéplacement.	Concernant les vecteurs de l'espace, le produit scalaire et le produit vectoriel, il s'agit de consolider les aptitudes développées en $3^{ème}$ année. On approfondira les connaissances de $3^{ème}$ année sur les droites, plans et sphères.

• Déterminer la forme réduite d'une similitude. • Déterminer les expressions analytiques d'une isométrie et d'une similitude. • Décomposer une isométrie en un produit de symétries orthogonales. • Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la composée de deux isoméries. • Déterminer une équation cartésienne d'une conique dans un repère orthonormé approprié. • Reconnaître une conique à partir de son équation cartésienne. • Déterminer un foyer, une directrice et l'excentricité d'une conique à partir de son équation cartésienne. • Exploiter les opérations sur les vecteurs de l'espace. • Reconnaître que trois vecteurs de l'espace forment une base. • Exploiter le produit scalaire et le produit vectoriel dans l'espace pour calculer des grandeurs, déterminer des lieux géométriques et étudier des configurations géométriques. • Déterminer les expressions analytiques d'une translation et d'une homothétie de l'espace. • Déterminer l'image d'un point, d'une droite d'un plan et d'une sphère par une translation ou une homothétie. • Déterminer les représentations paramétriques de l'image d'une droite, d'un plan ou d'une sphère par une translation ou une homothétie de l'espace. • Déterminer une équation cartésienne de l'image d'une droite, d'un plan ou d'une sphère par une translation ou une homothétie de l'espace. • Exploiter les propriétés d'une translation ou d'une homothétie pour étudier des configurations de l'espace.	

2. Les élèves résolvent des problèmes dans des situations mathématiques ou en rapport avec l'environnement.

En particulier :

- Ils résolvent des problèmes d’alignement, de concours, de lieu ou métriques.
- Ils résolvent des problèmes puisés dans des situations réelles menant à un modèle géométrique.
- Ils résolvent des problèmes d’optimisation.

Arithmétique

Contenu disciplinaire

- Congruence dans $\mathbb{Z}$
- Théorème de Bezout
- Résolution dans $\mathbb{Z}$, sur des exemples d'équation du type ax + by = c avec a, b et c entiers relatifs.

Aptitudes à développer

1. Les élèves mobilisent une technique, un algorithme ou une procédure de calcul pour :

• Exploiter les propriétés de la divisibilité dans $\mathbb{Z}$. • Calculer le quotient et le reste de la division euclidienne dans $\mathbb{Z}$. • Calculer le PGCD et le PPCM de deux entiers relatifs non nuls. • Exploiter les propriétés de congruence dans $\mathbb{Z}$. • Reconnaître que deux entiers sont premiers entre eux, en utilisant la relation de Bezout. • Résoudre dans $\mathbb{Z}$ des équations du type : ax + by = c avec a, b et c entiers relatifs.	On utilisera les notations $a \equiv b[n]$, $\wedge$ pour le PGCD de deux entiers , $\vee$ pour le PPCM de deux entiers .

2. Les élèves résolvent des problèmes numériques dans des situations mathématiques ou en rapport avec leur environnement dans des contextes familiers ou non familiers.

En particulier,

- Ils résolvent des problèmes puisés dans des situations réelles menant à un modèle arithmétique.

Statistiques - Probabilités

Contenu disciplinaire

Séries statistiques à deux caractères

- Ajustements affines (méthode des moindres carrés, méthode de Mayer), droites de régression, corrélation linéaire, coefficient de corrélation linéaire, covariance.
- Exemples d'ajustements non affines.

Probabilité

- Probabilité conditionnelle, formule des probabilités totales, formule de Bayes.
- Variable aléatoire, loi de probabilité, schéma de Bernoulli, loi binomiale.
- Espérance, variance et écart-type d'une variable aléatoire (cas particulier d'une loi binomiale).
- Exemples de lois continues : Loi uniforme, loi exponentielle.

Aptitudes à développer

1. Les élèves mobilisent une technique ou une procédure dans des activités portant sur les phénomènes aléatoires pour :

• Décider, à partir d'un nuage de points, de l'utilité d'un ajustement affine. • Déterminer et tracer une droite de régression. • Calculer la covariance d'une série statistique double. • Calculer le coefficient de corrélation linéaire et	L'étude des séries statistiques se fera sur des exemples puisés dans l'environnement de l'apprenant.

interpréter le résultat • Calculer la probabilité d'un événement sachant qu'un autre est réalisé. • Décider de l'indépendance de deux événements. • Calculer la probabilité d'un événement en utilisant la formule de BAYES et/ou la formule des probabilités totales. • Déterminer la loi de probabilité d'une variable aléatoire. • Calculer les caractéristiques d'une variable aléatoire et interpréter les résultats. • Reconnaître un schéma de Bernoulli et en dégager les paramètres. • Déterminer la loi de probabilité d'une épreuve de Bernoulli. • Reconnaître qu'une variable aléatoire suit une loi exponentielle ou une loi uniforme. • Déterminer la fonction de répartition d'une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle ou une loi uniforme.	On initiera l'apprenant à faire des raisonnements statistiques pour interpréter les résultats. On sensibilisera l'apprenant, à travers des simulations d'expériences aléatoires, à distinguer entre le modèle probabiliste et celui statistique. On amènera l'apprenant à utiliser un arbre de choix pour déterminer la probabilité d'un événement. On traitera plusieurs situations modélisables par une loi exponentielle.

2. Les élèves résolvent des problèmes dans des situations mathématiques ou en rapport avec l'environnement.

En particulier, ils résolvent des problèmes puisés dans des situations réelles menant à un modèle statistique ou probabiliste.